

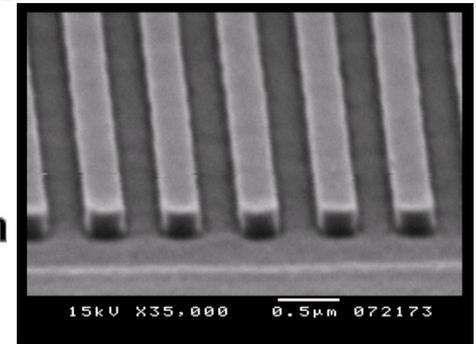
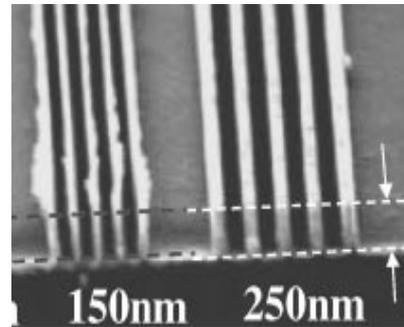
浮動~~評価点~~応力点積分による 大変形解析のための メッシュフリー法

大西 有希 天谷 賢治
東京工業大学

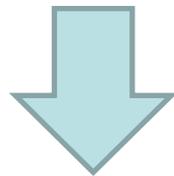
研究背景(モチベーション)

- 柔らかい材料の**大変形**を「**手軽**」に解きたい。

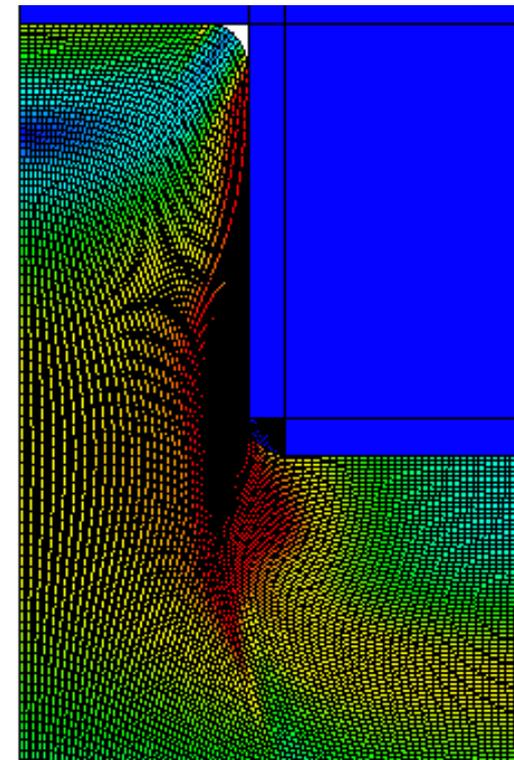
(アプリケーションは
熱ナノインプリント,
ホットエンボス等)



- 従来はFEMを使用していたが、メッシュがすぐに潰れてしまう。
- アダプティブメッシングは「**手軽**」ではない。



メッシュフリーを試してみた。



研究目標

- Galerkin **メッシュフリー法** (EFGM系)
- メッシュやセルを繰り返して生成しないで **大変形**
- 弾性/弾塑性/**粘弾性**

を満たす解析手法を確立

メッシュフリー領域積分法3種

■バックグラウンドセル積分

- ◆いわゆるEFGM
- ◆Eularメッシュを介するため物理量の輸送が面倒

■節点積分

- ◆SCNIを中心に最近も研究が続いている.
- ◆大変形に関する研究(NL-SCNI等)も幾つかある.
- ◆ゼロエネルギーモード(FEMのアワーグラスモードと等価)を抑えるための人工安定化項を加える必要がある.
- ◆ボロノイセル分割が必要.

■応力点積分

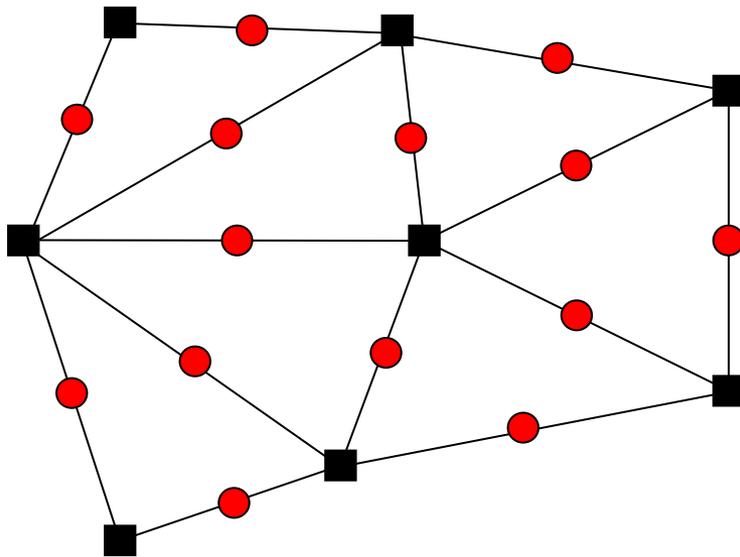
- ◆あまり研究が進んでいない。(決まった定式化はまだない.)
- ◆特に大変形に関する研究例は少ない.

提案する応力点積分手法の概要

- 浮動応力点積分 (大した意味はありません.)
 - 初期状態に対してのみ三角形/四面体分割
 - 節点の他に応力点を生成
 - 領域積分は生成した応力点で行う
 - 準陰的解法
 - 積分補正 (パッチテストを通過)

応力点積分(初期設定)

- 初期形状に対して有限要素分割を行う。
(3角形, 4面体要素分割を想定)
- 節点はそのまま利用。
- 応力点を全ての辺の midpoint に生成。
(Belytschkoの応力点積分と違い, master/slaveの区別は無い.)
- 応力点の担当体積は初期メッシュから計算。



- : 節点
(x と u のみ保持)
- : 応力点
(x , T , E , E^v 等々を保持)

応力点積分(更新式)

[note] ${}^I\boldsymbol{x}$: location of SP, ${}_J\boldsymbol{x}$: location of node

■ 応力点位置

$${}^I\boldsymbol{x}^{\text{trial}} \longleftarrow {}^I\boldsymbol{x} + \sum_{J \in \mathcal{S}} {}^I\phi_J ({}_J\boldsymbol{x}^{\text{trial}} - {}_J\boldsymbol{x})$$

\boldsymbol{x} : 現在位置, \mathcal{S} : サポート内節点集合, ϕ : 形状関数

■ 応力点担当体積

$$V^{\text{trial}} \longleftarrow V^{\text{initial}} \det({}^I\boldsymbol{F}^{\text{trial}})$$

V^{initial} : 初期担当体積, \boldsymbol{F} : 変形勾配テンソル

応力点積分(MLS)

■ 重み関数

$$Iw_J = \begin{cases} 1/I d_J - 1 & (0 < I d_J < 1) \\ 0 & (1 \leq I d_J) \end{cases}, \quad I d_J = \frac{\|J\mathbf{x} - I\mathbf{x}\|}{I R}$$

ベル形状ではない。

■ サポート半径

set initial $I R$ (small)

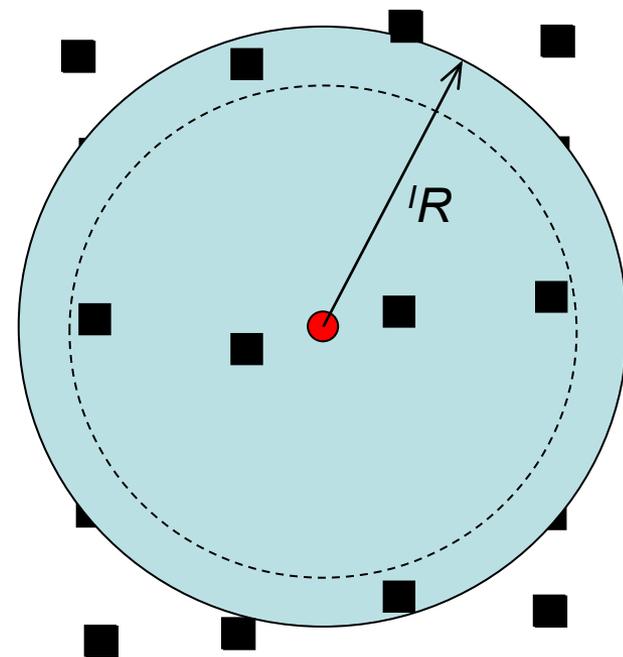
begin loop $\mathbf{p} = \{1, x, y\}^T$

calculate $\mathbf{A} (= \sum_{J \in \mathcal{I}_S} I w_J J \mathbf{p}^T J \mathbf{p})$

if $\text{cond}(\mathbf{A}) < 1 \times 10^5$, break

$I R \leftarrow 1.01 \times I R$

end loop



積分補正

■ Divergence-free条件 (Integration Constraint)

$$\sum_{I \in J\mathcal{S}} I\psi_J I V = \mathbf{0} \quad (\text{for } J \text{ in interior nodes}),$$

$$\sum_{I \in J\mathcal{S}} I\psi_J I V = {}_J n_J A \quad (\text{for } J \text{ in exterior nodes}).$$

ψ : 形状関数の空間微分 (= $\nabla\phi$)

n : 外向き単位法線ベクトル, A : 輪郭節点の担当面積

$J\mathcal{S}$: 節点 J をサポート内に含む応力点の集合

パッチテスト通過の為の必要条件

上式を満たすように ψ を補正する.

積分補正

■ 積分補正 (Integration Correction)

Divergence-free条件を満たすように ψ を補正.

ただし, Partition of Unityは崩したくない.

$$I\tilde{\psi} = \begin{bmatrix} 1 + I\gamma_1 & 0 \\ 0 & 1 + I\gamma_2 \end{bmatrix} I\psi_J$$

γ : 補正係数

上式を条件式に代入



γ を未知ベクトルとする連立一次方程式
「節点数 < 応力点数」なので劣決定問題
(今のところ最小ノルム解を使用)

浮動応力点積分(準陰的時間発展)

■ Start of time increment loop

Typical fully-implicit
time advancing

● Start of Newton-Raphson loop

◆ update support, w , ϕ , γ , etc.

◆ calc $\mathbf{f}^{\text{int.}}$ and \mathbf{K}

◆ calc $\mathbf{r} = \mathbf{f}^{\text{ext.}} - \mathbf{f}^{\text{int.}}$

◆ solve $\mathbf{K} \delta \mathbf{u} = \mathbf{r}$

◆ update node locations

◆ update SP locations

● End of Newton-Raphson loop

■ End of time increment loop

浮動応力点積分(準陰的時間発展)

■ Start of time increment loop

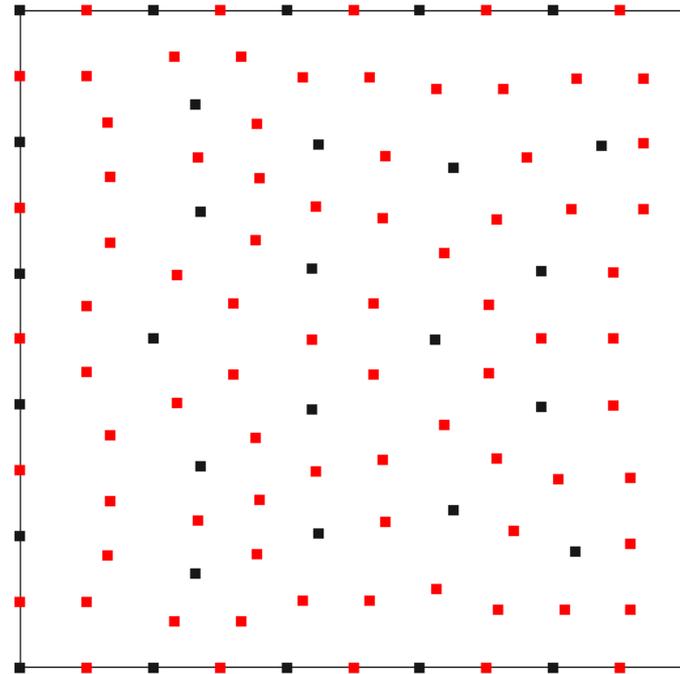
- update support, w , ϕ , γ , etc.
- update f^{virtual}
- Start of Newton-Raphson loop
 - ◆ update support, w , ϕ , γ , etc.
 - ◆ calc $f^{\text{int.}}$ and K
 - ◆ calc $r = f^{\text{ext.}} - f^{\text{int.}} + f^{\text{virtual}}$
 - ◆ solve $K \delta u = r$
 - ◆ update node locations
 - ◆ update SP locations
- End of Newton-Raphson loop

Constant shape function
in each
Newton-Raphson loop

Enforcement of
temporal continuity of the
mechanical equilibrium

■ End of time increment loop

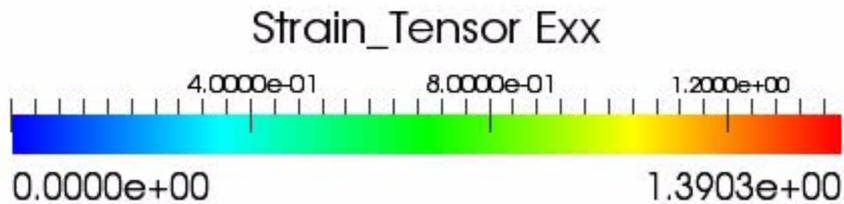
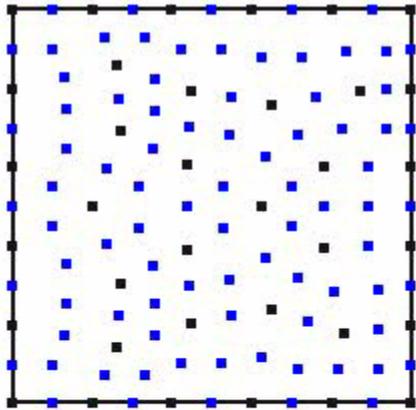
大変形パッチテスト



■ : 節点
■ : 応力点

- 弾性体, 静的, 平面歪み, 1m x 1mの正方形領域
- 節点と応力点を不規則に配置
- 全外周節点に強制変位境界条件

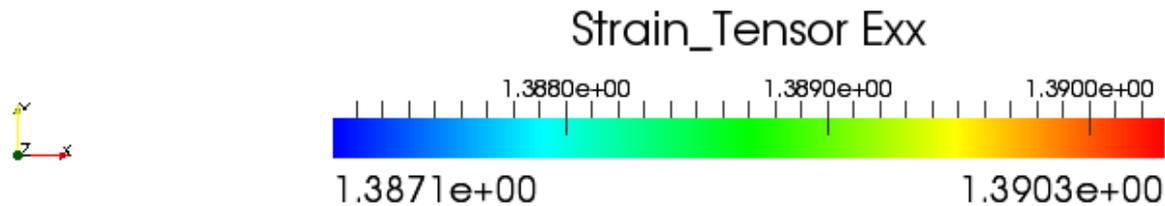
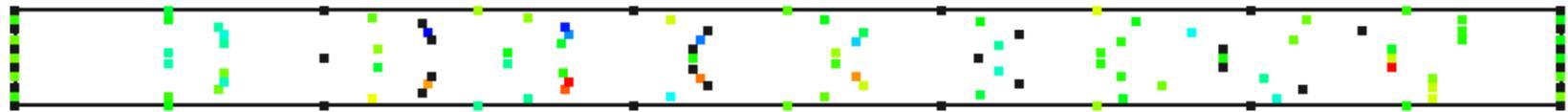
大変形パッチテスト1



■ 横に4倍，縦に1/4倍

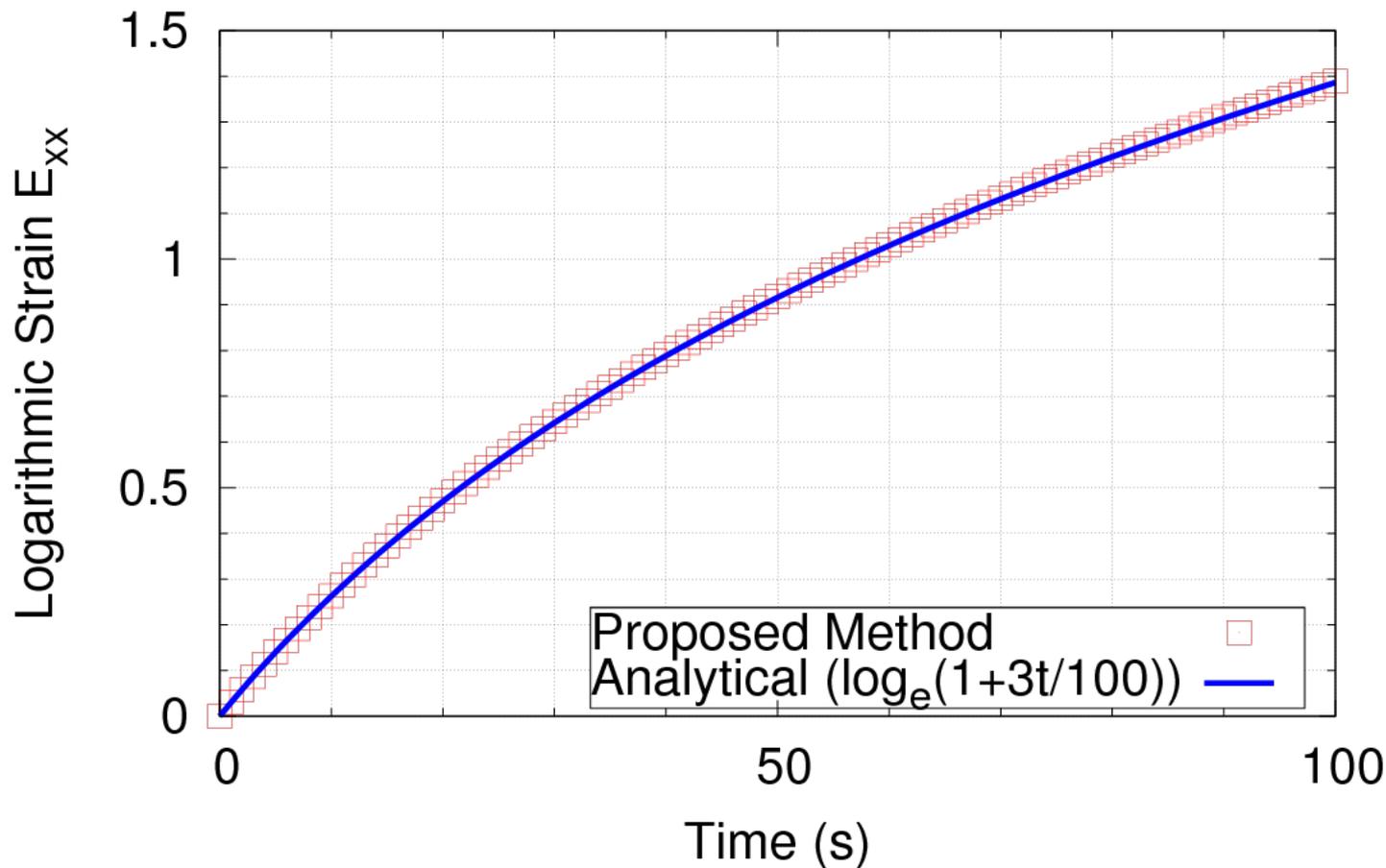


大変形パッチテスト1



- 最終状態でExxは $1.3871 \sim 1.3903$
(解析解は $\log_e(4)=1.3863\dots$)

大変形パッチテスト1 (誤差評価)

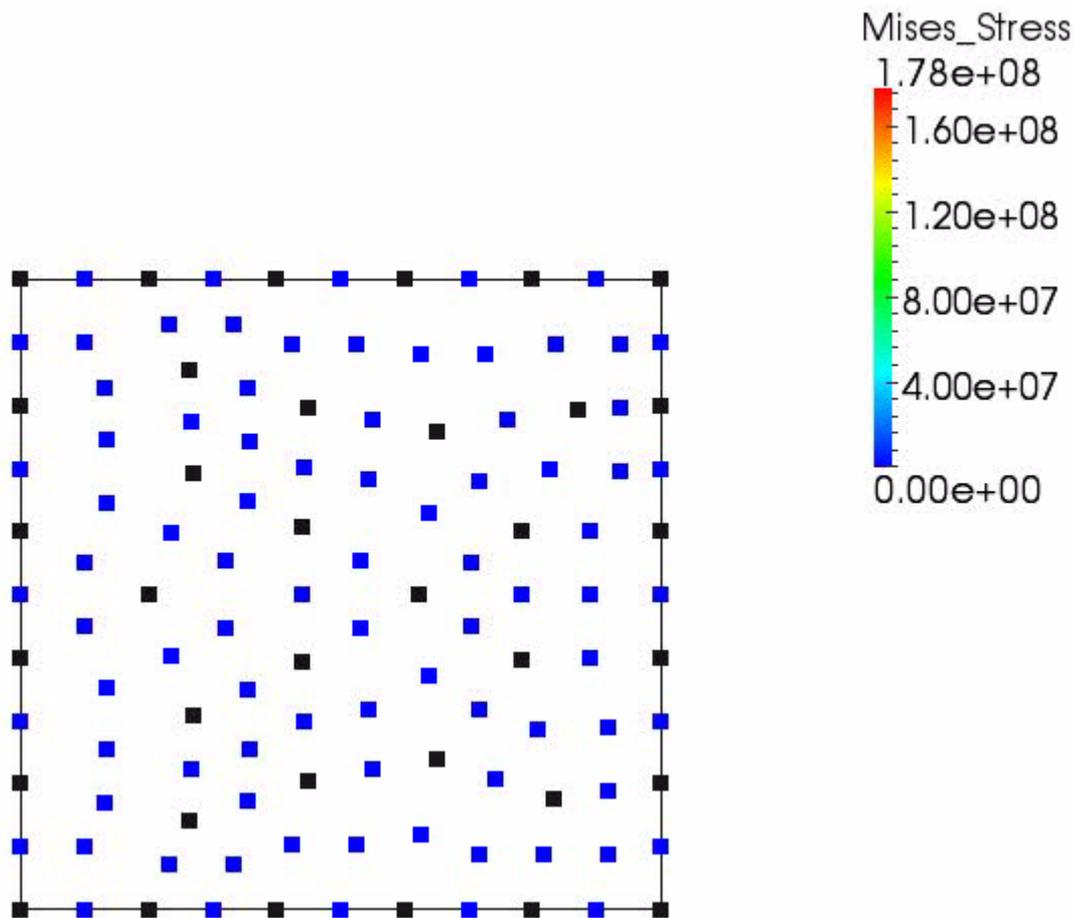


■ 約1000ステップ時間分割で誤差が0.3%以内

■ 相当な大変形でもパッチテストを通過



大変形パッチテスト2

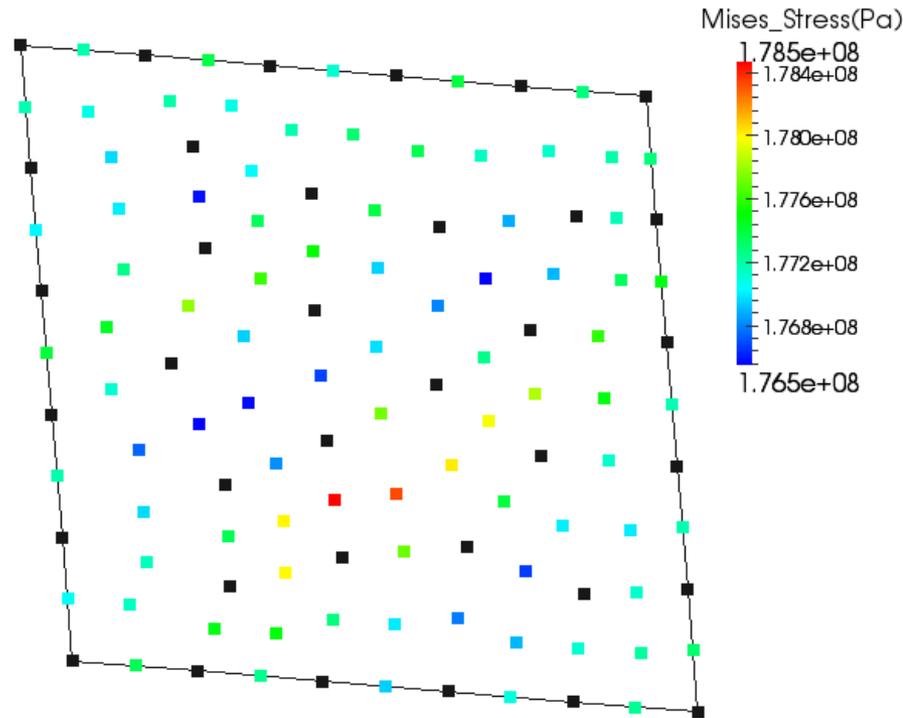


■ 均等な100ステップに時間分割

$$u(x) = \begin{cases} 0.1 + 0.2x_1 - 0.1x_2 \\ 0.2 - 0.1x_1 + 0.2x_2 \end{cases}$$

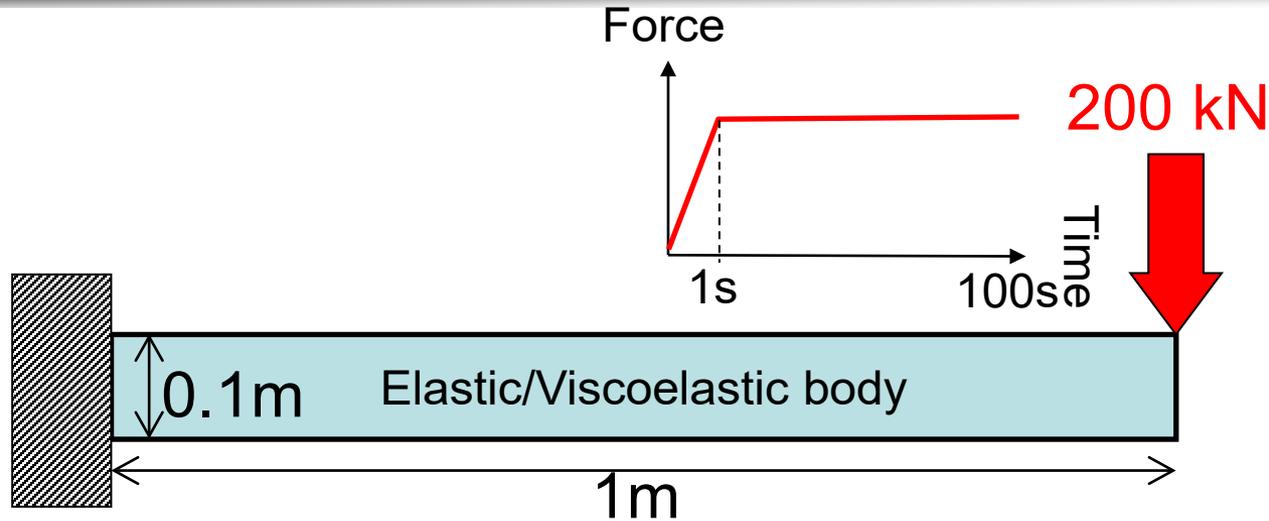


大変形パッチテスト2(誤差評価)



- ABAQUS/Standardの詳細解析の数値解と比較
- 100ステップ時間分割でMises応力, 静水圧応力などの誤差が1%以内
- 本手法の大変形パッチテスト通過を確認

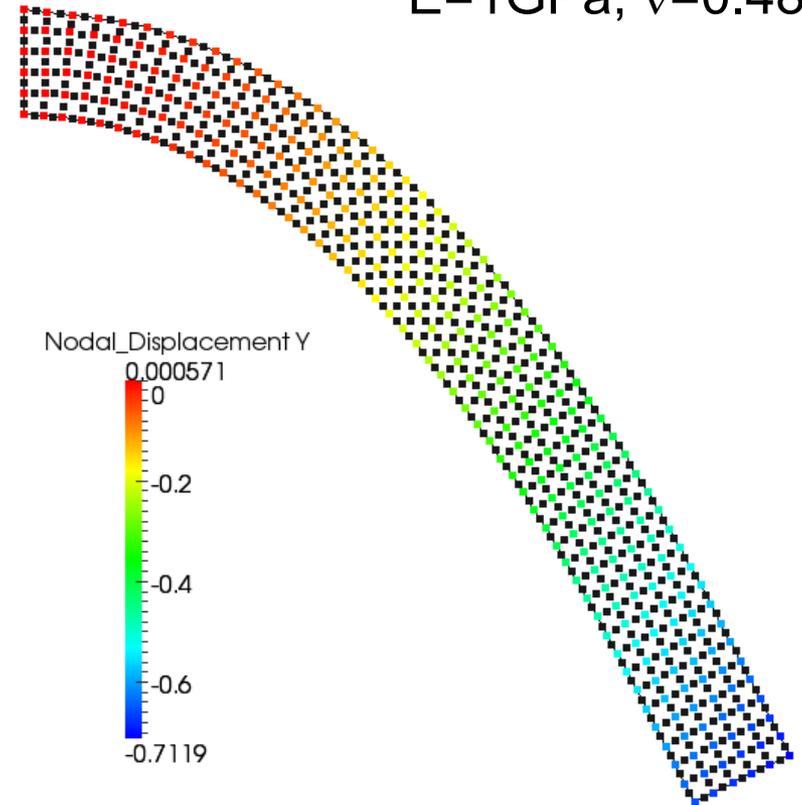
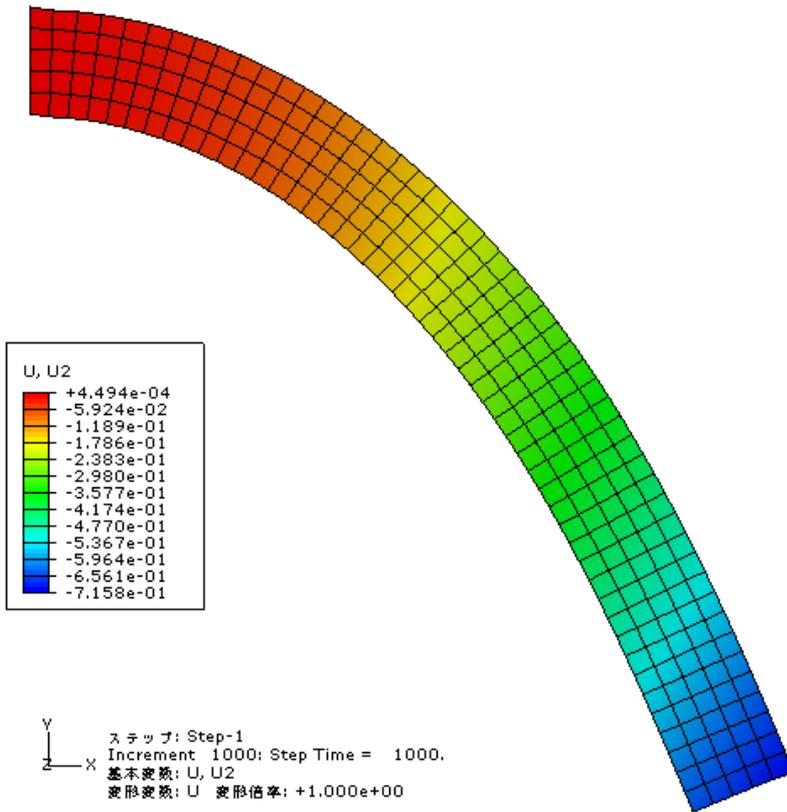
片持ち梁の曲げ



- 静的/準静的, 平面歪み
- 50x5 構造格子状
- 先端角の節点に一点集中荷重
- 100ステップに時間分割
- ABAQUS/Standard(同一節点配置の4角形選択的低減積分要素) 解析結果との比較

片持ち梁の曲げ(弾性)

$E=1\text{GPa}$, $\nu=0.481$



ABAQUS/Standard

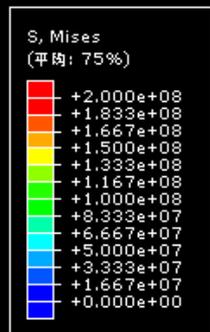
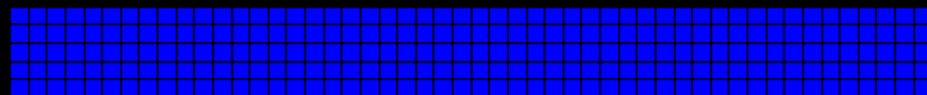
Proposed Method

■ 100ステップ時間分割で変位誤差 1% 以内

■ 弾性大たわみ問題での十分な解析精度を確認

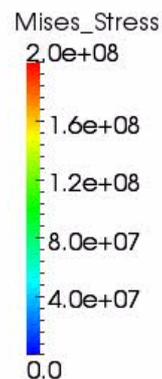
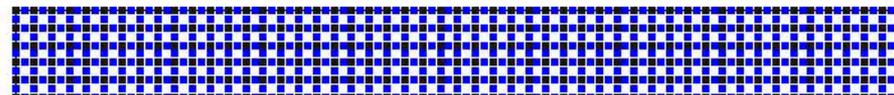


片持ち梁の曲げ(粘弾性)



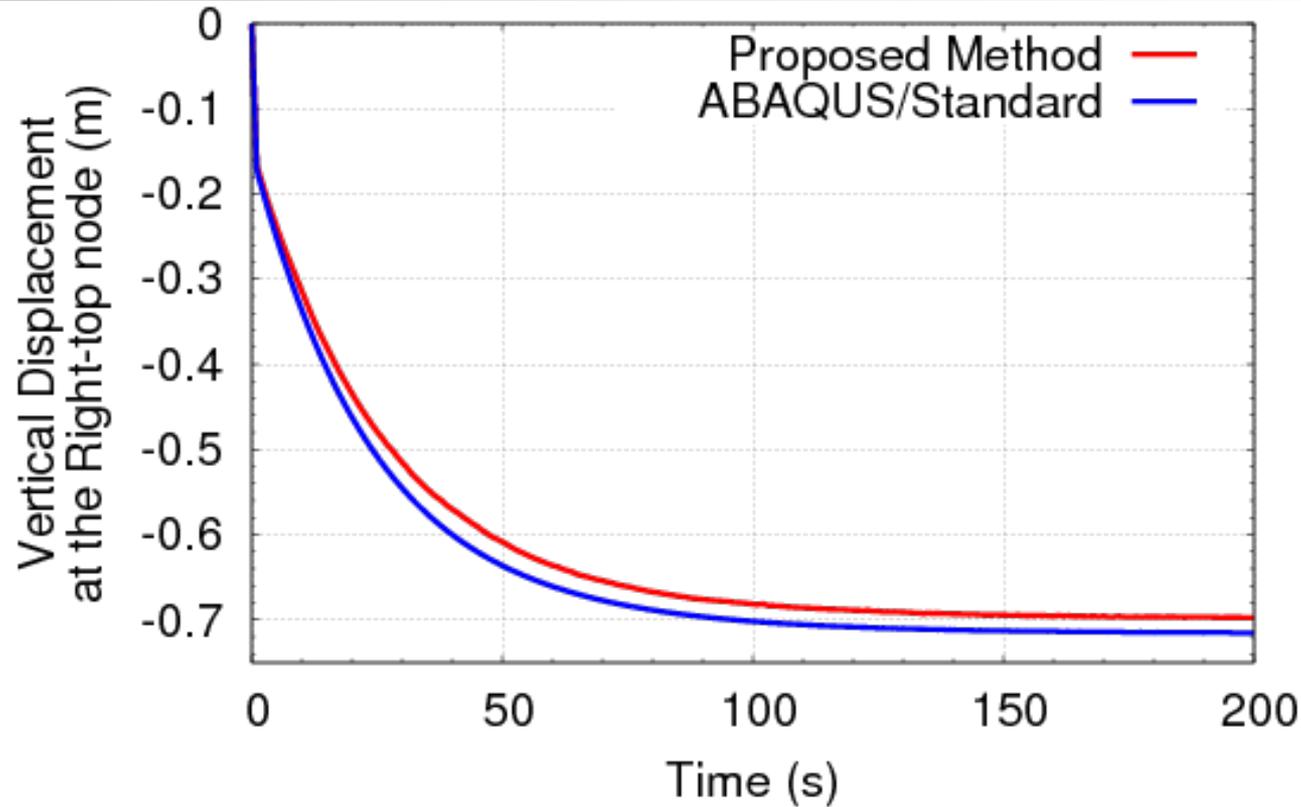
Y
X
ステップ: Step-1
Increment 0: Step Time = 0.000
基本変数: S, Mises
変形変数: U 変形倍率: +1.000e+00

ABAQUS/Standard



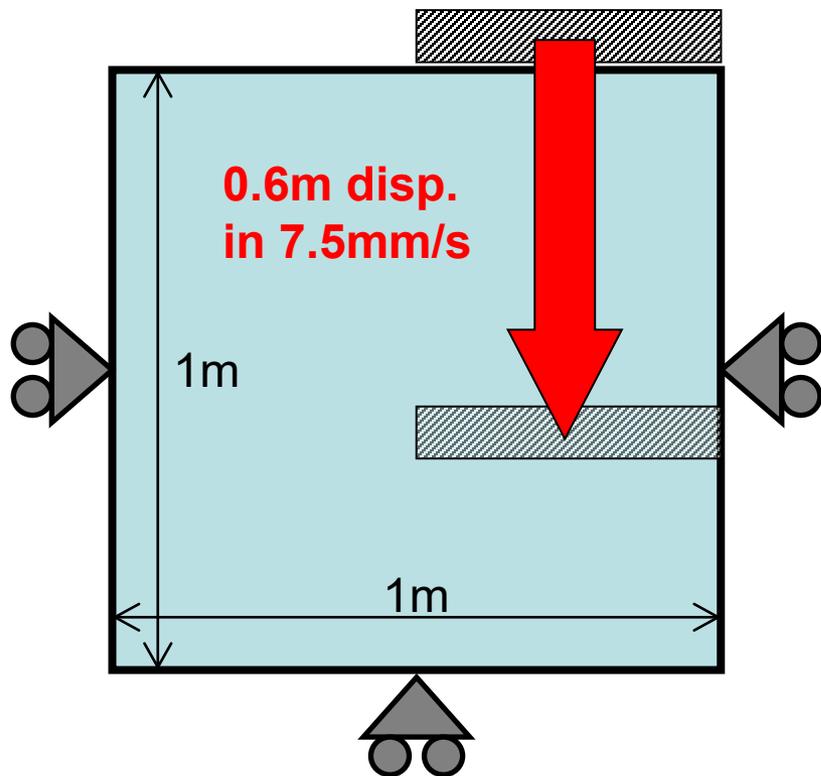
Proposed Method

片持ち梁の曲げ(粘弾性)



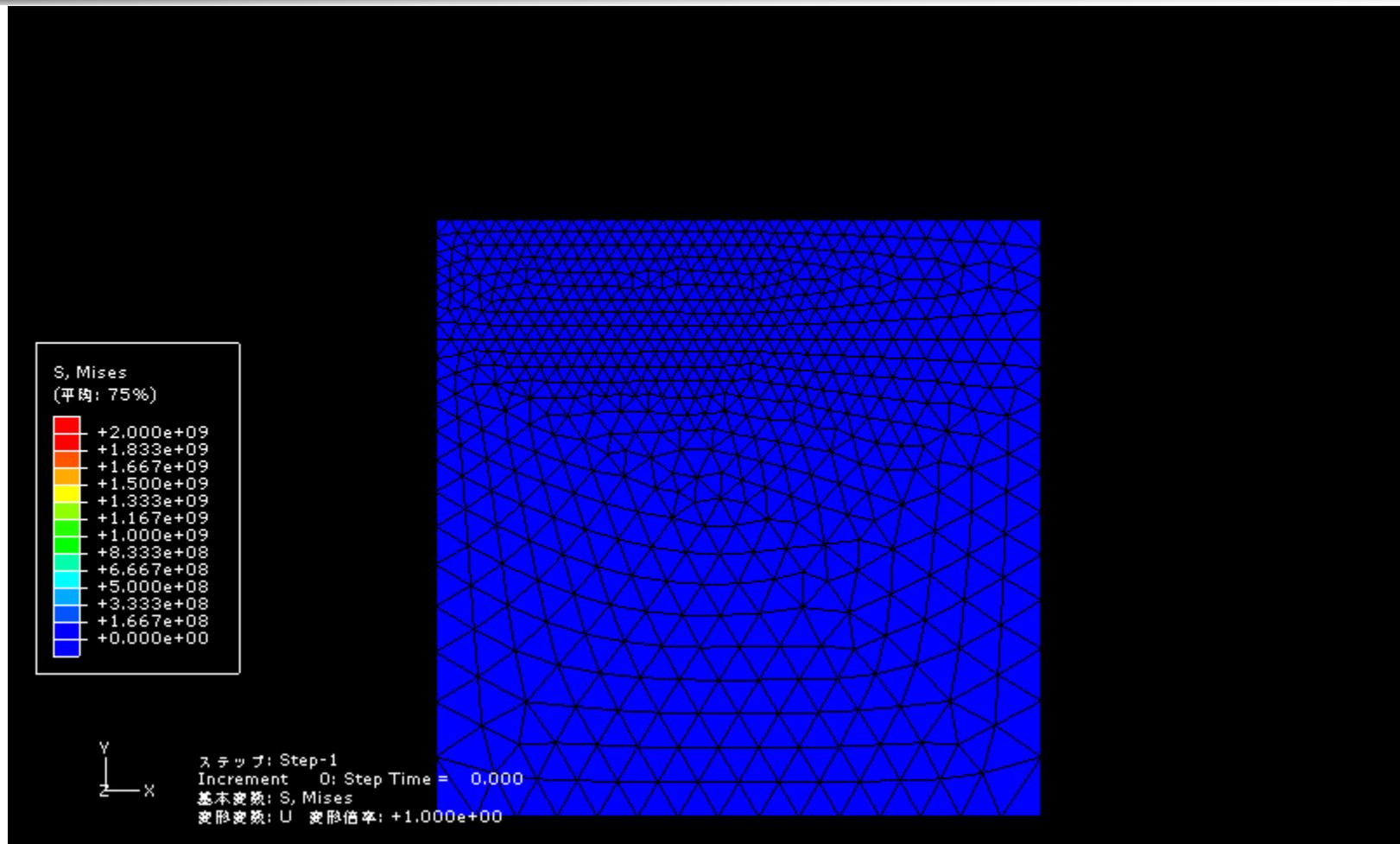
- 変位誤差 2.5%
- Δt を小さくすれば誤差は減少する
- Further improvement of time-advancing scheme is necessary

押込解析(概要)



- 準静的, 平面歪み
- 左右辺を左右拘束
- 下辺を上下拘束
- 上辺右半分を左右拘束 + 下方向に一定速度で強制変位
- 上辺中央部を細かく, 他を荒くメッシュ分割

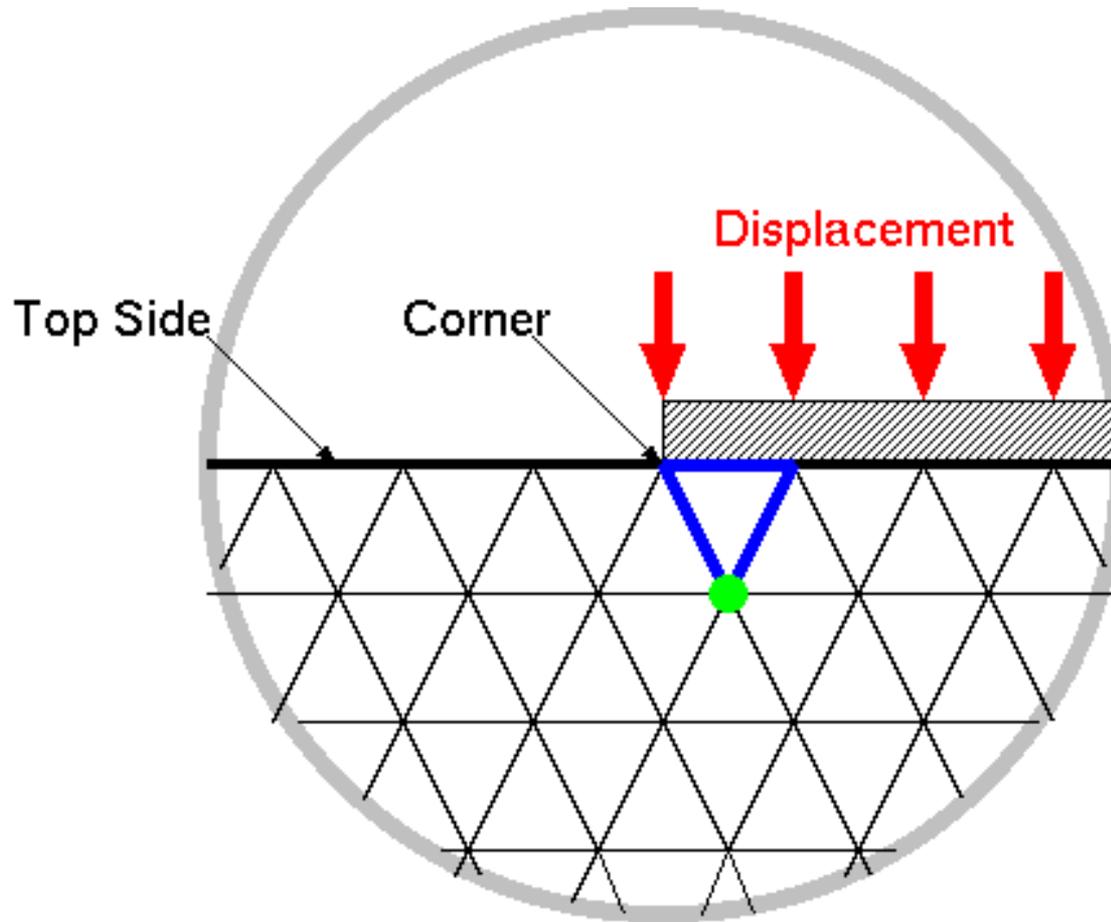
押込解析(FEM)



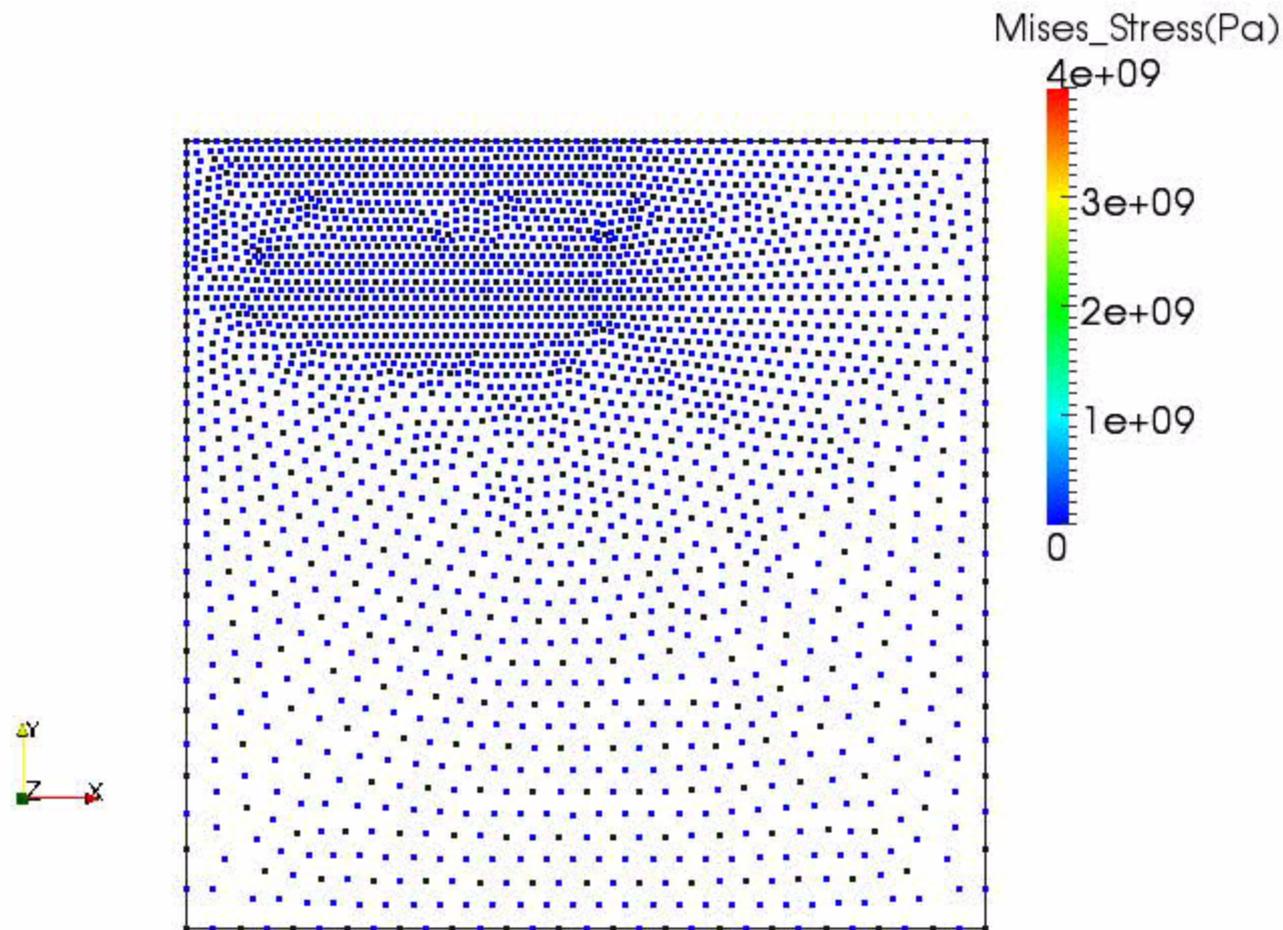
■ 角部下の体積ロッキングの為、奇妙な変形を起こす。



押込解析(FEM)



押し込め解析(アニメーション)



■ 妥当な変形挙動を示している。(要検証)



まとめ／今後の予定

■まとめ

- 応力点積分の一種である**浮動応力点積分**によるメッシュフリー**大変形**解析法を提案した.
- 大変形**パッチテスト**の通過を確認した.
- 大たわみ問題ならば弾性／**粘弾性**いずれにおいても既に充分使えるレベルにある.
- 大ひずみ問題はまだ2, 3歩の改良が必要.

■今後の予定

- 時間発展手法の改良
- 大ひずみの検証(アダプティブメッシングと比較?)
- 接触機能
- 節点, 応力点の自動追加

